

極値統計学の発展と材料問題への応用

柴田 俊夫*

Development of Extreme Value Statistics and Its Application to Materials
Toshio Shibata

Abstract: Historical background for the development of Extreme Value Statistics and its application to materials and corrosion has been reviewed. It was emphasized that the extreme value theory could rationally explain the effect of surface area on the maximum or mean pit depth which had been observed by Scott and Ewing. A standardized procedure for selecting suitable sample area and sample number was discussed. Recent success for analyzing the maximum size of inclusions in steels will stimulate to increase further application of the extreme value analysis to materials.

Key words: extreme value statistics; estimation of the maximum; maximum pit depth; maximum inclusion size; MVLUE method.

1. はじめに

材料強度がもっとも弱い箇所の強度によって決定されるとするモデルを最弱リンクモデルと呼び、このモデルの確率統計的表現がWeibull分布であることは、材料分野ではよく知られている。この場合には、もっとも弱い強度、すなわち最小値分布を問題としている。

一方鋼材の疲労強度は鋼中に分布する介在物のうちの最大径のものによって決定されるので、この最大径の推定が重要であるが、この場合には最大値分布が問題となる。また腐食によってパイプやタンクに孔食が生じて漏洩が生じる場合には、孔食深さの平均値ではなく最大深さ値を推定する必要があつて、この場合にも最大値が問題の中心である。

最小値および最大値を含めて極値といい、この極値の統計的性質を論ずるのが極値統計学である。極値統計学は統計学の一部門として独自の発展を遂げてきたが、統計学の教科書では順序統計に包含されて述べられている。極値統計学を集大成したGumbelの著書¹⁾以降には、極値統計を書名としたものは少なく、統計学の非専門家の目からみると、この分野は成熟してしまったとの印象であつた。しかしながらいずれの分野もそうであるが、専門化や分野の細分化が進んだため、非専門家の目には、最近の発展が理解できなくなつてしまつているのが現状のようである。このような点を課題として、専門家と応用分野の研究者との交

流を意図した国際会議がもたれ、1983年のスペインでのNATOの会議²⁾および1993年米国のNISTで開かれた国際会議³⁾には統計の専門家の他に応用分野の研究者、技術者が招かれた。1993年の会議には筆者も腐食問題への極値統計の応用について報告することを求められ、主として日本の経験を中心として極値統計の有用性について報告した。

一方工学や自然科学分野では、実際上の必要から極値統計を取り入れる必要があり、応用分野のテキストが1980年代に何冊か出版されている。土木分野ではAng & Tangの著書⁴⁾が1984年に出版されており、その和訳が1988年に出ている。小若らによる著書⁵⁾および加瀬による極値統計の入門書⁶⁾は応用を志す技術者や研究者にとっての座右の書として歓迎された。またKinnisonの著書⁷⁾は環境技術者向けの入門テキストとして書かれたものであつて、比較的コンパクトにまとまつていて読みやすい。1988年に出版されたCastilloの著書⁸⁾も工学への応用を意図して著されたものであつて、極値統計学の背景を理解した上で応用しようとする者にとっての良書である。Castillo⁸⁾は数理統計の理論家と実際への応用を考える工学者の間の交流と協同の不足を指摘し、工学者に対しては理論の最近の発展に対する情報不足が、また理論家は研究の動機付けと実用問題への応用への無関心が問題であると述べている。Galambosによって極値順序統計の専門書⁹⁾が1987年に刊行されている。ここでは歴史的発展と材料問題への応用について紹介するとともに、実際への応用での問題点について述べる。

* 大阪大学 [Osaka University, 2-1 Yamadaoka Suita, 565], 工博

2. 極値理論発展の歴史的経緯

極値統計の歴史的な発展の後を、Kinnisonの著書⁷⁾にしたがって辿ってみたい。天文学者が、観測値にかけ離れた値がある場合、これを採用すべきか否かについての決定を迫られ、これが極値問題の最初であった。適切な理論は示されなかったが、極値が重要であると正確に認識されていたという。極値について述べたもっとも古い文献は1824年のFourierの論文とのことである。彼はガウス分布について、標準偏差を σ として、 $3\sqrt{2}\sigma$ での出現確率は1/50,000であるので、この偏差で出現する観測値は無視してよいと述べたという。これが、現在でも 3σ 以上の出現確率は小さいので無視してよいという考え方、いわゆるGumbelの述べている 3σ の誤謬の源である。出現確率が標本の大きさに依存することは極値理論によって始めて明確にされたのであるが、1877年にHelmerはある特定の値を超過する確率は標本の大きさに依存すると正確に述べているという。極値理論の近代史は1922年のL. von Berkewiczの論文に始まり、ガウス母集団からの標本の最大値が別の分布をもつ新しい変数であることが明らかにされた。1923年にR. von Misesが観測標本最大値の期待値の数学的概念を導入したが、これが極値の漸近分布研究のスタートとなった。ガウス分布以外の分布からの最大値は、1923年E. E. Doddによって最初に研究された。1925年にL. H. C. Tippettがガウス分布からの種々の大きさの標本に対する最大値と対応する確率の表を出版した。1927年にM. Frechetがあるクラスの分布からの最大値の漸近分布を導くことに関する最初の論文を発表した。次の1928年に、R. A. FisherとL. H. C. Tippettが極値分布の漸近理論の基礎となる論文を著した。彼等はFrechetと独立にFrechetの漸近分布を見だし、他の二つの漸近分布とともに三つの漸近分布がすべての極値分布を記述できることを明らかにした。1930年代の中ごろから、E. J. Gumbelが最初はヨーロッパで後にはアメリカへ渡って、極値理論の応用の研究を行った。Gumbelが1954年にNBSから出版した小冊子¹⁰⁾、および1958年に刊行した著書¹⁾は工学分野へ大きなインパクトを与え、これ以降多くの応用研究が行われた。日本でもGumbelの小冊子が1957年に加瀬によって訳出¹¹⁾され、また著書も1957年に翻訳されて、これ以降の研究の基礎となった。腐食問題への適用は、Scott¹²⁾が孔食最大値が面積の対数として増大することを観測した際に、すでにTippettの研究を参照して孔食問題を極値統計の観点から考察していた。またNBSのLogan¹³⁾も孔食深さ値の面積依存性を観測した際に極値理論の適用が必要であると認識していた。Gumbelの小冊子が出版されたすぐ後の1956年にはAziz¹⁴⁾が、また1957年にはEldredge¹⁵⁾が極値統計は孔食最大深さ値の面積依存性の解析に有用であることを示している。

3. 材料問題への極値統計の適用

Gumbelの小冊子¹⁰⁾および著書¹⁾には、極値解析を適用すべき問題として、洪水、渇水、気象現象（最大降雨・降雪量、大気圧の最大・最小値、最大地震、飛行機の遭遇する突風最大値）、人間の寿命、などとならんで、材料の強さに関係する現象を取上げている。たとえば電球の寿命、電氣的強さ、遮光度、耐ガス拡散度、塗装試験片の耐食性、土壤中に埋設されたパイプの孔食深さ最大値、材料強度などである。なかでも材料強度は、Griffithが仮定した欠陥およびその強度分布、さらにもっとも弱い箇所での全体の強度が決定されるモデルを、確率統計論から合理的に説明できる例として取上げられている。またCastillo⁸⁾は、工学における極値問題の例として、構造物の受ける風速、荷重、地震の最大値、海洋工学における波高分布、水理工学における洪水、渇水、環境工学における大気、河川などの汚染物質濃度、気象学の諸量、材料学については材料強度や疲労強度、さらに電気工学における絶縁破壊電圧、交通工学における最大交通量予測などで極値統計が有用であることを強調している。FreudenthalはGumbelとともに、疲労寿命分布に極値理論を導入¹⁶⁾し、寿命分布がWeibull分布に従うことを合理的に説明することに成功した。しかしながら実際の欠陥の分布と強度分布とを対応させたわけではなく、さらに材料学および破壊力学的な観点と極値統計的観点とを結合させた詳細な研究が望まれていた。

横堀¹⁷⁾は組織感性を有する強度や破壊においては、データのばらつきは本質的なものであることを強調し、さらに疲労寿命分布の解析には極値統計的観点よりは、時間的変化を考慮する確率過程の考え方が重要であることを示した。またシステムとしての材料信頼性や安全性の評価を取り扱う構造強度信頼性工学¹⁸⁾では、確率統計学が基礎として重要であり、極値統計も取り入れられている。材料強度確率モデル研究会では信頼性設計の基礎データとなるさまざまな材料の強度分布特性に関するデータ集¹⁹⁾を刊行している。また腐食疲労寿命の解析に極値統計が有用であることは駒井ら²⁰⁾によって示されている。すなわち極値解析により腐食ピット深さ最大値を推定し、腐食疲労き裂発生時のKIFSCCを求めている。柘植ら²¹⁾はステンレス鋼の粒界腐食深さと粒界応力腐食割れき裂長さ分布の解析に極値解析を適用し、粒界応力腐食割れのKISCCを求めることに成功している。渡辺ら²²⁾も9%Ni鋼の応力腐食割れき裂長さ分布が極値分布に従うことを報告している。

よく知られているように村上²³⁾は疲労寿命が極値解析によって得られる介在物最大径によって予測できることを示し、多くの実用鋼について介在物径分布が極値分布に従うことを示している。また極値統計による介在物解析は材料製造プロセス分野²⁴⁾でも取入れられている。

小川²⁵⁾は連鑄鑄片に形成される板厚中心部の成分偏析

の最大値推定に極値解析を適用している。板厚中心部にPやMnが偏析し圧延後も残存してラメラテアーや水素誘起割れ(HIC)の起点として働くので、この最大偏析量を推定することが重要となる。このために板厚中心部からランダムに小試験片を採取し、この小試験片中のPの最大値を測定して極値解析を行い、ラメラテアー発生によく対応した最大偏析量を決定している。

上記の例のように材料に関係する特性のうち平均値ではなく最大値あるいは最小値が全体の特性を決定している現象では極値統計による解析が極めて有効である。

4. 腐食問題への極値理論の適用

極値理論が孔食深さ最大値の推定に有用であることは、すでに述べたようにGumbel^{1) 10)}によって指摘されている。Gumbelの小冊子¹⁰⁾が発表された直後に、Aziz¹⁴⁾はアルミニウム合金の孔食深さ分布の解析に極値理論を適用し、最大孔食深さ値の推定が可能であることを示したが、これが孔食深さ解析への極値理論の応用の最初と考えられる。しかしながらさらに歴史をたどると、Scott¹²⁾が孔食深さ最大値が面積の関数であることを示した際に、すでにTippetの極値に関する研究を参考にして結果を考察しているという。次いでEldredge¹⁵⁾が石油油井パイプの孔食深さ分布解析に極値理論が有用であることを示し、この論文中でわれわれが今日問題としている孔食深さ最大値の面積依存性についてのさまざまな問題点を論じている。

我が国においては水文統計学や気象学分野、あるいは破壊強度分野で極値理論に関心がもたれていたが、腐食分野では増子²⁶⁾による「腐食と確率」なる解説が発表されて以後急速に関心が高まり、石川²⁷⁾がアルミニウム合金の孔食深さ解析に極値統計が有用であることを発表した後、腐食防食協会を中心に多くの実際問題への適用例が発表された。加瀬によってMVLUE法によるパラメータ推定法²⁸⁾が紹介され、これらはただちに実地データの解析へ適用された。また小若ら⁵⁾によって「装置材料の寿命予測入門—極値統計の腐食への適用」や加瀬⁶⁾による「信頼性データのまとめ方—二重指数分布の活用法—」が表わされ、腐食のみならず極値が問題となる工学分野での適用への道が拓かれた。小若らの著書は英語にも翻訳²⁹⁾され、これによって極値統計の腐食への適用における我が国の寄与は広く世界に知られることになった。腐食防食協会の寿命予測分科会では、入門者が応用しやすいように、極値統計による解析を手順化したマニュアルを制定³⁰⁾するとともに、パソコンによる解析ソフト(EVAN)³¹⁾を製作頒布し本手法の普及に貢献した。EVANはNECのPC9801シリーズでのみ作動するため、利用が国内に限られているので、さらにWindows95とExcel上で用いることのできるソフトが開発³²⁾されつつある。

5. 局部腐食深さの面積依存性について

孔食深さ値が面積とともに増大することは、すでに1930年代から知られており、Scott¹²⁾は、経験式として

$$\delta = AT^a \dots\dots\dots (1)$$

を与えており、またEwing¹³⁾は

$$\delta = B + C \log(T) \dots\dots\dots (2)$$

の関係があることを認めた。ただし δ は孔食平均深さ値で、Tは面積であり、A、B、Cは定数である。Fig.1およびFig.2に示すように、Eldredge¹⁵⁾はScottおよびEwingの孔食深さのデータを整理して、両対数および半対数紙にプロットすると、両者のデータとも半対数紙上で直線に載るので、Ewingの式の方がより正確であろうと述べている。ただしScottの式は後に述べるようにⅡ型の極値分布に対応するので、この式への適合も否定することはできない。

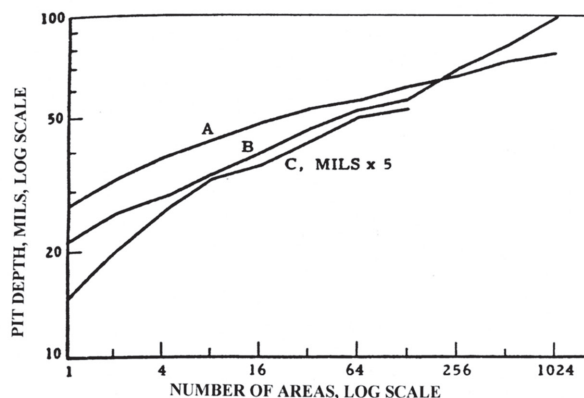


Fig.1. Maximum pit depth versus area in log-log scale. Source of data and unit area are as follows: A-Scott's data, Mt. Auburn (2,258 square feet) ; B-Scott's data, Council Hill (2,785 square feet) ; C-Ewing's data as taken from his curve (560.0 square feet) .

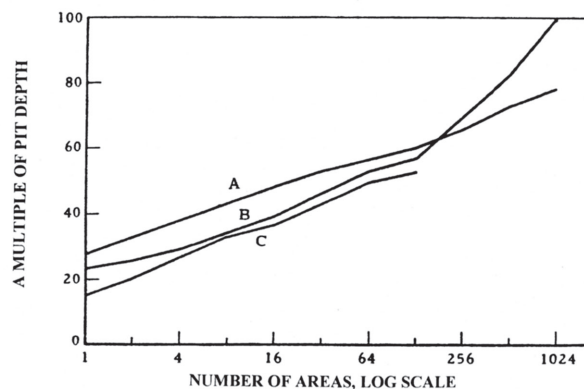


Fig.2. Maximum pit depth versus area in semi-log scale. Source of data and unit area are as follows: A-Scott's data, Mt. Auburn (2,258 square feet) ; B-Scott's data, Council Hill (2,785 square feet) ; C-Ewing's data as taken from his curve (560.0 square feet) .

以上のように孔食深さ値は、Scottの式あるいはEwingの

式に従って、面積の増大とともに大きくなるのであるが、これを合理的に説明できるのが極値統計理論である。極値理論によると、最大値あるいは最小値の分布は元の分布に依存して、標本数の増大とともに一定の漸近分布をとる。この漸近分布には

- I 型 $\exp(-\exp(-x))$ Gumbel
- II 型 $\exp(-x^{-k})$ CauchyあるいはFrechet
- III 型 $\exp(-(\omega-x)^k)$ Weibull

の3つの型式の分布があり、最大値および最小値を考えると、全部で6つの分布がある。

このうち最大値のI型漸近分布は、Gumbel分布と呼ばれ孔食深さ最大値分布の解析に用いられ、最小値のIII型漸近分布はWeibull分布であり、材料強度分布の解析や信頼性工学での寿命分布解析に用いられる。

Gumbel分布は、二重指数分布とも呼ばれ、その分布関数は

$$F_I(x) = \exp(-\exp(-(x-\lambda)/\alpha)) \dots\dots\dots (3)$$

である。ここで λ および α が分布パラメータであって、それぞれ位置および尺度パラメータと呼ばれる。T倍の面積では、

$$F_I(x_A) = \{F_I(x)\}^T = \exp(-\exp(-(x-\lambda-\alpha \ln(T))/\alpha)) \dots\dots (4)$$

となる。単位面積についての平均値、 μ_1 は

$$\mu_1 = E(x) = \lambda + \gamma\alpha, \quad \gamma: \text{オイラー一定数} \dots\dots\dots (5)$$

であって、一方T倍の面積についての平均値、 μ_T は

$$\mu_T = E(x_T) = (\lambda + \gamma\alpha) + \alpha \ln(T) = \mu_1 + \alpha \ln(T) \dots\dots\dots (6)$$

である。したがって、最大値分布がGumbel分布に従う場合には、孔食最大深さ値は面積の対数に比例して増大することになり、これはEwingの得た経験式に一致する。

最大値分布がII型分布 (Frechet分布),

$$F_{II}(x) = \exp(-x^{-k}) \dots\dots\dots (7)$$

に従うときには、平均値、 μ_1 は

$$\mu_1 = E(x) = \Gamma(1-1/k) \dots\dots\dots (8)$$

であり、そのT倍の面積の分布関数は、

$$F_{II}(x_T) = \{F_{II}(x)\}^T = \exp(-Tx^{-k}) \dots\dots\dots (9)$$

であるので、平均値、 μ_T は、

$$\mu_T = E(x_T) = T^{1/k} \Gamma(1-1/k) = T^{1/k} \mu_1 \dots\dots\dots (10)$$

である。したがって、この場合には、孔食深さの最大値は面積の $1/k$ 乗に比例して増大するので、Scottの式に対応する。

孔食深さ値が面積の増大とともに無限に大きくなることは、物理的に不可能であるので、むしろ有限の値の存在する型の分布の適用が好ましい。III型漸近分布は、

$$F_{III}(x) = \exp(-((\omega-x)/(\omega-w))^k) \dots\dots\dots (11)$$

で表わされ、上限値、 ω 、をもつ分布であるので、この分布に適合するとして解析した報告もある。

なお問題とする実測値分布が上記のI, II, III型のい

れの分布に従うかについては、適合度検定が必要であり、 χ^2 乗検定やKolmogorov-Smirnov検定が知られているが、最近次に述べる一般極値分布についてのパラメータ推定から、いずれの分布に従うかを決定する方法が提案されている。

一般極値 (Generalized Extreme Value: GEV) 分布の分布関数は、

$$F(x) = \exp(-(1-k(x-u)/\alpha)^{1/k}), \quad kx \leq \alpha + uk, \quad k \neq 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$F(x) = \exp(-\exp(-(x-u)/\alpha)), \quad x \geq u, \quad k = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここで k は形状パラメータ、 μ は位置パラメータ、 α は尺度パラメータである。

この関数は、 k の値の符号によって、I, II, III型のいずれの分布をも表わすことができ、

$k=0$ のときI型分布、 $k>0$ のときII型分布、 $k<0$ のときIII型分布

となる。したがってGumbel分布に従うか否かは、実測値分布から推定される k が $k=0$ に近い時、Gumbel分布に従うと結論することができる。高橋³³⁾は k の値の推定にはPWM (Probability Weighted Moment) 法の適用を推奨している。

6. 極値統計適用の実際

孔食深さ最大値分布を極値統計を用いて解析する手順は、すでに述べたようにマニュアル化³⁰⁾されており、パソコンソフトも入手できる。また介入物最大径の解析についても、村上²³⁾によって、顕微鏡観察から確率紙へのプロットまでが手順化されていてルーチンの解析は容易に行うことができる。

Gumbel分布、式(3)について、2回対数をとると、

$$-\ln(-\ln(F_I(x))) = (x-\lambda)/\alpha \dots\dots\dots (14)$$

であるので、基準化変数、 y 、を

$$y = (x-\lambda)/\alpha \dots\dots\dots (15)$$

導入すると、累積分布関数、 $F_I(x)$ 、は、

$$F_I(x) = \exp(-\exp(-y)) \dots\dots\dots (16)$$

となる。縦軸に y を横軸に x をとったグラフがGumbel確率紙である。この確率紙に順序統計値とした測定データをプロットしたとき直線がえられるならば測定値分布は極値分布に従うとみてよい。直線の傾きは、 $1/\alpha$ を与え、 $y=0$ で $x=\lambda$ が得られる。分布パラメータ α と γ の推定には、上述の図式解法の他に最小二乗法、最尤法、MVLUE法などが用いられる。腐食防食協会のマニュアル³⁰⁾では α および λ はMVLUE法 (最小分散線型不偏推定子法: Minimum Variance Linear Unbiased Estimator) によって推定する方法を推奨している。さらに面積倍率に相当する再帰期間、 $T (=S/s)$ 、と推定された α と λ を用いて、小面積、 s 、のデータから、大面積、 S 、での最大孔食深さ値が推定される。

実際の手順を簡単に述べると、まず孔食深さ最大値を推定しようとする対象の面積、S、を確定する。次いでこのSから採取する小面積の標本の面積、s、を決定する。この小面積は後に述べるように複数個の孔食が含まれる面積とする。N個の小面積標本を採取し、各標本について表面を詳細に観察してその標本でみられる最大の孔食深さ値を決定する。このようにしてN個の最大孔食深さ値が得られる。N個の孔食深さ最大値を大きさの順序に並べる順序統計値 ($x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_N$) とする。F₁(x_i) の推定値として平均ランク法によるF₁(x_i) = i/(1+N) を用いて、(x_i, F₁(x_i)) をGumbel確率紙にプロットし、極値分布への適合性をみる。λとαは、MVLUE法を用いて

$$\lambda = \sum a_i(N, n)x_i$$

$$\alpha = \sum b_i(N, n)x_i \dots \dots \dots (17)$$

によって推定する。ただしa_i(N, n) およびb_i(N, n) は、N個の標本でn個のデータの得られた打ち切りデータの係数であって、あらかじめ表として与えられている。

対象とする大面積で生ずると推定される最大孔食深さ値、x_{max} は、

$$x_{max} = \lambda + \alpha \ln(T) \dots \dots \dots (18)$$

によって求められる。また厚さdの板を貫通する確率、P、は、

$$P = 1 - \exp(-\exp(-(d - (\lambda + \alpha \ln(T))/\alpha))) \dots (19)$$

によって与えられる。

7. 極値統計適用の問題点

極値統計をさらに多くの条件のもとで応用しようとするとき、いくつかの疑問点、あるいは問題点のあることに気付く。孔食深さ値の解析を例にとりて考えてみると、

- 1) 対象とする面積、S、に対して、サンプリングする小標本の面積、s、をどのような大きさとすべきか。
- 2) サンプリングする小標本の数はいくらにするべきか。

上記の疑問点に対して腐食防食協会のマニュアル³⁰⁾の付録に若干の考察が述べられているが、ここではもう少し具体的に上記の問題点に対する現在考えられている対処法を述べることにする。

Gumbel¹⁾あるいはKinnison⁷⁾によれば、極値分布成立の基本的条件は、(1) 測定される現象がランダムな統計(確率)変数であって、(2) 極値が抽出される元の分布は、データの集合が変化しても変わらず(または変化が生じたとしても、その程度が測定され、かつデータの変換によって変化の効果を消去できること)、そして(3) 観測される極値は相互に独立であることである。

孔食の場合について考えてみると、小面積の試験片と大面積の対象物の腐食条件が、全く同一であることは考えられないし、場所によって腐食条件が異なることはいくらかでもありうる。したがって腐食条件が同一と考えられる場所

からのデータを解析対象とすべきであろう。今川ら³⁴⁾は熱交換器パイプの孔食深さの極値解析を行うに当たって、ガス入口側と出口側では腐食条件が異なるので、測定データを入口側と出口側に層別して、それぞれについて極値解析し妥当な最大孔食深さ値を得た。この場合は極値が抽出される元の分布が同じになるように入力側と出力側に層別したことに相当する。

対象面積を一定として標本面積を変えると、それに応じてT=S/sが変化するが、推定される最大値は同一とならなければならない。この点について石油タンク底板を対象として検討した結果³⁵⁾では、小標本の面積を0.5m×0.5m以上とするとsを変えても一定のx_{max}が得られている。またsを小さくすると極値分布への適合度が悪くなることを見出し、sとしてはある程度の大きさが必要であると結論している。これはsが小さくなりすぎると極値を抽出する元の分布が異なってしまうためと考えられる。

データの独立性はもつとも難しい問題であって、“さび”が“さび”を呼ぶ場合(mutual acceleration)と、一度孔食が発生すると、その周囲には孔食の発生が抑制される、いわゆる相互抑制(mutual protection)の場合のあることが知られている。実際のデータの解析に当たっては現象の有する性質を十分考慮することが必要である。Kinnison⁷⁾によると、独立でない場合を扱う”実際のルール”，ならびにこれらのルールの妥当性やその欠如を論じた論文もあるというが、その基本となる統計理論について理解し、独立性の欠如を認識することが重要である。

次に標本数、N、については、極値分布の分散に基づいて、Tに対応するNを決定することができる³⁷⁾。すなわちMVLUE法によって推定される極値分布の分散、V(x)、は、

$$V(x) = \alpha^2(A(N, n)y^2 + B(N, n)y + C(N, n)) \dots (20)$$

である。ここでA(N, n), B(N, n), C(N, n)は重み係数であって、表によって与えられている。x_{max}推定の標準偏差がλの1/kであるとすると、

$$\sigma = \lambda/k \text{ or } \lambda = k\sigma \dots \dots \dots (21)$$

$$\sigma^2 = (\lambda/k)^2$$

$$= \alpha^2(A(N, n)y^2 + B(N, n)y + C(N, n)) \dots \dots (22)$$

書き換えて、

$$(\lambda/\alpha k)^2 = A(N, n)y^2 + B(N, n)y + C(N, n) \dots (23)$$

となる。yはTの関数であり、A, B, CはNの関数であるので、λ/αkが与えられると、TとNの関係を求めることができる。Fig.3³⁷⁾はα/λ=0.3として、k=1, 2, 3と変化させた場合のT-N曲線である。またFig.4³⁷⁾は、k=3でα/λ=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5の場合のT-N曲線である。これまでの解析結果を参照して、あらかじめα/λを知ることができれば、Fig.3およびFig.4のグラフを参照して、Tに対するNを知ることができる。小向ら³⁸⁾は銅パイプの孔食深さ解析について同様な考察を行っている。

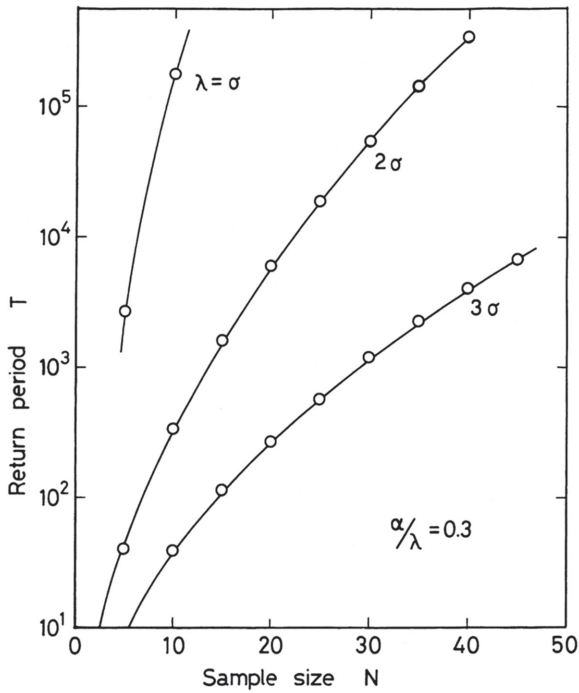


Fig.3. Curves for the optimum condition to select T and N with changing k at the constant ratio of $\alpha/\lambda=0.3$.

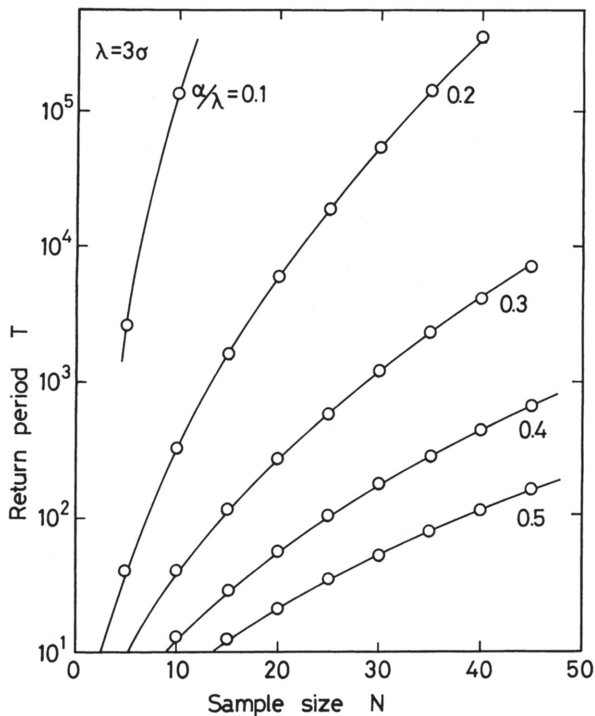


Fig.4. Curves for the optimum condition to select T and N with changing α/λ at the constant value of $k=3$.

Fig.5に海水中の炭素鋼の孔食深さの極値分布の時間的変化の測定例³⁹⁾を示した。図にみられるように、分布は時間とともに右に移行し、それとともに傾きが小さくなっている。 α/λ の値を求めると、0.07-0.21である。低合金鋼の

海水中の孔食の極値分布のパラメータについてのデータを正規確率紙を用いて整理した結果がFig.6³⁹⁾である。この場合にも α/λ の値は平均として0.15-0.20の範囲にある。Fig.7にはステンレス鋼の孔食⁴⁰⁾とアルミニウム合金¹⁴⁾の α/λ の時間的変化を示したが、この場合には、ほぼ一定の0.1-0.2の範囲の値を示している。またFig.8⁴¹⁾に示したように、炭素鋼/土壌あるいは炭素鋼/淡水の組合わせでは、前者で0.22、後方で0.14程度である。炭素鋼熱交換器パイプ/工業用水では α/λ は0.2-0.3の範囲にある⁴²⁾。以上のデータからみると、既往の α/λ は0.3より小さいとしてよい。 $\alpha/\lambda=0.3$ とすると、 $k=3$ として、 $T=1200$ に対しては $N=30$ となり、 $T=274$ に対しては $N=20$ となる。

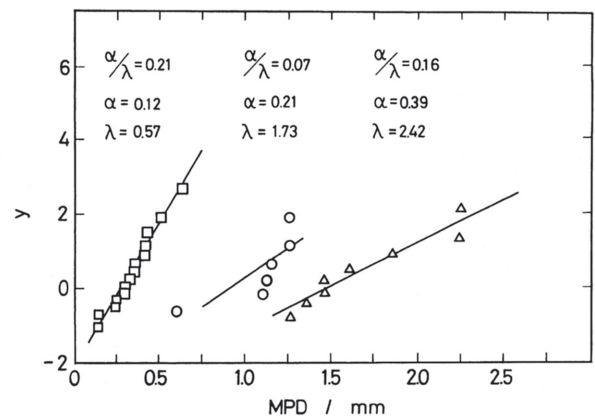


Fig.5. Change of the distribution with time for steels exposed in sea water.

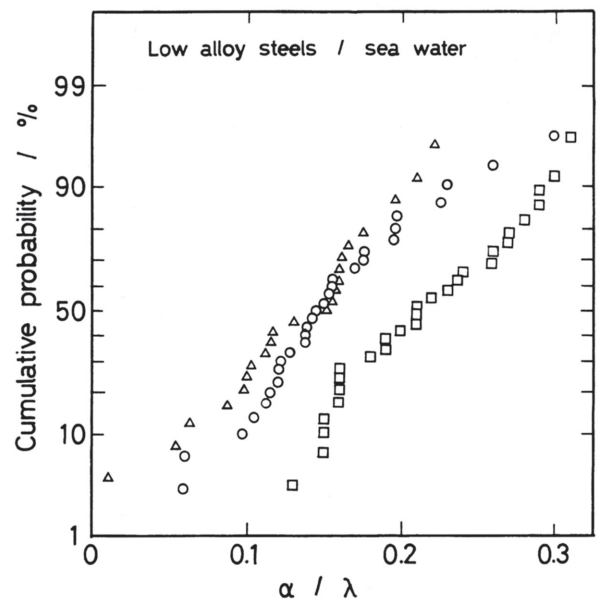


Fig.6. Normal probability plots of the ratio of α/λ for steels exposed in sea water.

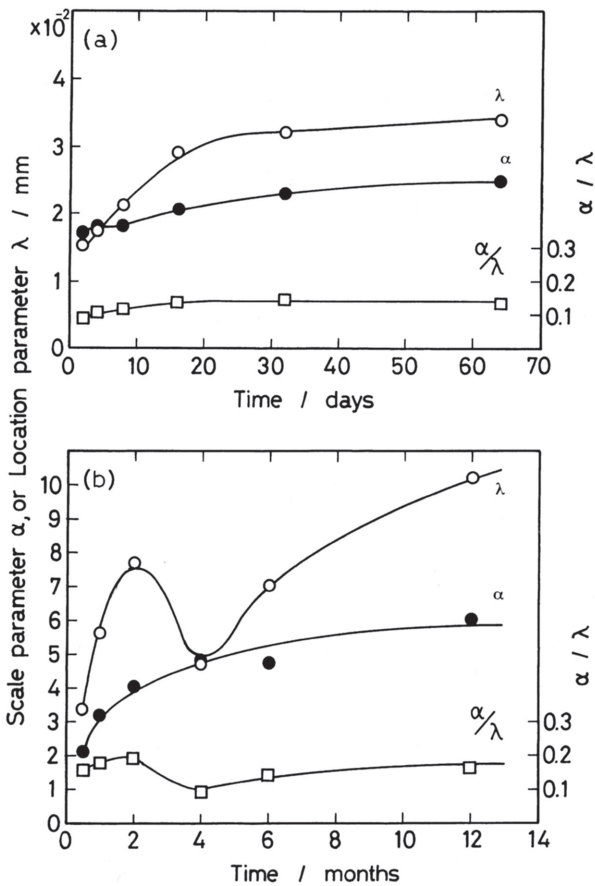


Fig.7. Change in the parameters of α , λ and α/λ with time.
 (a) C-15 stainless steel in the solution containing $S_2O_8^{3-}$, Cl^- and SO_4^{2-} ions.
 (b) 65S-T aluminum alloy in tap water.

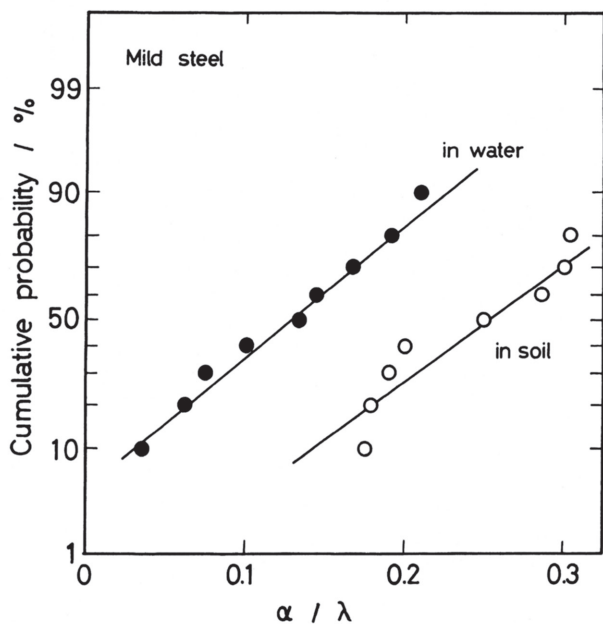


Fig.8. Normal probability plots of the ratio of α/λ for mild steel exposed in soil and water.

以上の議論をふまえて、現在妥当と考えられる手順を以下に述べる。

1. 測定データはその現象に関与する物理・化学的因子を考えて、適当な層別を行う。
2. 小標本の面積は、孔食が複数個含まれるようにsを定める。
3. 対象面積, S, は与えられているので、再帰期間, $T=S/s$, が決定される。
4. あらかじめ α/λ が既知の場合は, T vs N曲線から与えられたTに対するNを決める。これまでのデータをみると, $\alpha/\lambda=0.3$ としてよい。

なおKinnison³⁶⁾によると最尤法によって推定した場合には、両パラメータの比は0.313に漸近するという。また高橋³³⁾によると、元の孔食の深さ分布が指数分布に従う場合には、 α/λ は孔食数の平均値の対数に逆比例するという。これまでの孔食深さの極値解析の経験から、20~30の孔食数を含むと妥当な解析結果が得られるといわれていて、これは $\alpha/\lambda=1/\ln(30)=0.29$ に相当し、これからも $\alpha/\lambda=0.3$ とすることはほぼ妥当のようである。

また式(15)からも明らかのように、極値プロットにおいて、 $x=0$ におけるy切片は $(-\lambda/\alpha)$ であるので、y切片は発生している孔食数に関する情報を与えてくれる可能性がある。孔食発生数に関する情報の一例として、武藤ら⁴³⁾によるステンレス鋼の孔食深さの極値解析結果が興味深い。武藤らによると各種ステンレス鋼を海浜に10年間暴露した試験片の孔食深さ最大値分布の経時変化は鋼種によって特徴的なパターンを示すという。Fig.9は1年から10年にわたるFe-11Cr, SUS430, およびSUS304ステンレス鋼の極値分布の経時変化であって、これらの挙動を孔食パターンと比較すると、Fig.10のようになる。a)に示されるように極値分布を表わす直線が時間とともに平行に移行するタイプは、発生した孔食が進展するとともに浅い孔食の発生をとめない、またb)のように傾きのみが変化するタイプは発生した孔食が成長し続け、c)のように変化の小さいタイプは発生した孔食が成長せず、またあらたな孔食の発生も少ないものと推定している。

ここでy切片に着目すると、a)では経時的に減少しており、これは孔食数が経時的に増加していることを示すものと考えられる。またb)やc)のようにy切片がほとんど変化しないタイプはおそらく初期に発生した孔食の成長のみで、新たな孔食の発生が少ないことを示唆している。

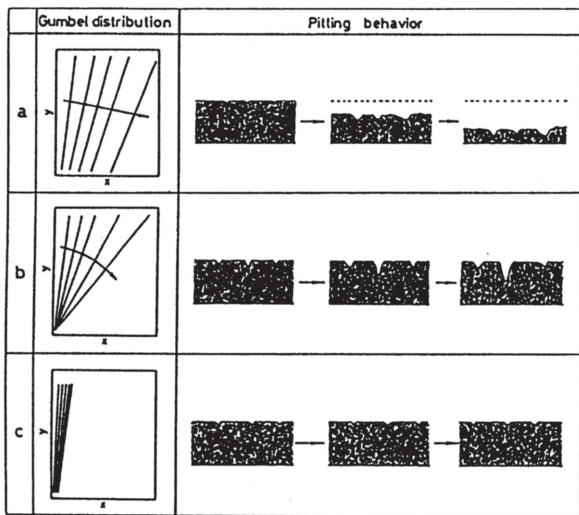


Fig.10. Gumbel distribution patterns corresponding to pitting behavior of stainless steels.

8. さいごに

極値統計学の歴史的発展と材料問題とくに材料腐食への極値統計の応用と問題点について概観したが、極値統計はここで述べた例に止まらず、材料製造プロセスや材料特性評価において最大値や最小値が重要な場合に広く適用できる考え方である。AES, XPS, EPMAなどの分析機器の発展は著しく、ミクロンオーダーあるいはナノスケールの微小領域についての分析情報を得ることもさほど困難ではなくなった。しかしながら微小領域での分析値をもって全体を代表させうるか否かの検討は少ないようである。極値解析による介在物最大径の推定の成功例は、このような応用への示唆を与えるものとして重要である。

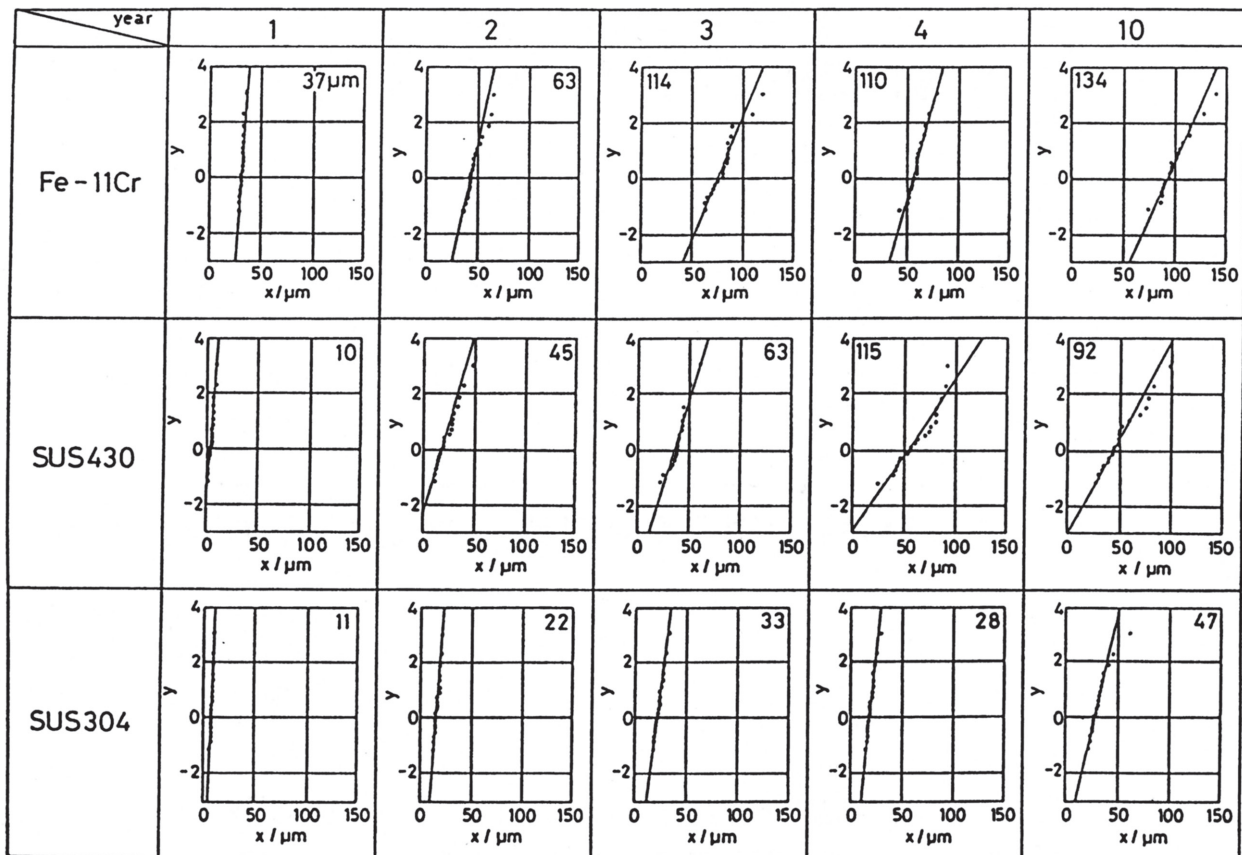


Fig.9. Change in Gumbel distribution of the maximum pit depth of stainless steels exposed to severe marine environment (Ako).

文 献

- 1) E. J. Gumbell : Statistics of Extremes, Columbia University Press, (1958) .
河田竜夫, 岩井重久, 加瀬滋男監訳 : 極値統計学, 広川書店 (1957),
復刻版, 生産技術センター新社, (1978) .
- 2) Staistical Extremes and Applications, edited by J. Tiago de Oliveira, NATO ASI
Series, Series C : Mathematical and Physical Sciences Vol.131, D. Reidel
Publishing Company, (1983) .
- 3) "Conference on Extreme Value Theory and Its Applications", NIST, (1993) .
- 4) A. H-S. Ang and W. H. Tang : Probability Concepts in Engineering Planning and
Design, Volume II, Decision, Risks, and Reliability, John Wiley & Sons, (1984) .
伊藤学, 亀田弘行, 黒田勝彦, 藤野陽三共訳 : 土木・建築のための確
率・統計の応用, 丸善, (1988) .
- 5) 腐食防食協会編 : 装置材料の寿命予測入門—極値統計の腐食への適
用一, 丸善, (1985) .
- 6) 加瀬滋男 : 信頼性データのまとめ方—二重指数分布の活用法—, オー
ム社, (1984) .
- 7) R. R. Kinnison : Applied Extreme Value Statistics, Battelle Press, Columbus
Richland, (1985) .
- 8) E. Castillo : Extreme Value Theory in Engineering, Academic Press, (1988) .
- 9) J. Galambos : The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics, Robert E.
Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, (1987) .
- 10) E. J. Gumbell : The Statistical Theory of Extreme Values and Some Practical
Applications, Applied Mathematics Series 33, NBS, (1954) .
- 11) E. J. Gumbell, 加瀬滋男訳 : 極値理論とその応用, 標準化, 10 (1957),
p.213, p.301, p.375, p.461, p.536, p.622, p.788, p.869.
- 12) G. N. Scott : API Committee on Corrosion of Pipe Lines, API Bulletin, p.201
(1933) .
- 13) K. H. Logan : J. Res. N. B. S., 16 (1934) , p.431.
- 14) P. M. Aziz : Corrosion, 12 (1958) , 195t.
- 15) G. G. Eldredge : Corrosion, 13 (1957) , p.51t.
- 16) A. M. Freudenthal and E. J. Gumbell : Proc. Roy. Soc. Lond, A216
(1953) , p.319.
- 17) 横堀武夫 : 材料強度学, 技報堂, (1955) .
- 18) 岡村弘之, 稲垣浩 : 強度の統計的取り扱い—構造強度信頼性工学—,
培風館, (1979) .
- 19) 材料強度確率モデル研究会 : 材料強度の統計的性質—各種材料強度デ
ータの分布特性—, 養賢堂, (1992) .
- 20) 駒井謙治郎, 箕島弘二, 金貴植 : 材料, 36 (1987), p.141.
- 21) 柘植宏之 : 第51回腐食防食シンポジウム資料, p.16-21, 腐食防食協会,
(1983) .
- 22) T. Watanabe, S. Komukai and K. Kasahara : Draft Proc. Int. Symp. Plant Aging
and Life Prediction of Corrodible Structures, AI11, (1995) .
- 23) 村上敬宣 : 金属疲労 微小欠陥と介在物の影響, 養賢堂, (1993) .
- 24) 加藤恵之 : 山陽特殊製鋼技報, 2 (1995) , p.15.
- 25) 小川洋之 : 第58回腐食防食シンポジウム資料, p.31, 腐食防食協会,
(1984) .
- 26) 増子昇 : 防食技術, 21 (1972) , p.347.
- 27) 石川雄一, 尾崎敏範, 保坂信義, 西田侑 : 防食技術, 34
(1981) , p.404.
- 28) 加瀬滋男 : 防食技術, 31 (1982) , p.481.
- 29) M. Kowaka et al : Introduction to Life Prediction of Industrial Plant Materials,
Application of the Extreme Value Statistical Method for Corrosion
Analysis, Allerton Press, Inc, New York, (1994) .
- 30) 腐食防食協会, 装置材料の寿命予測 (Ⅱ) 分科会 : 防食技術, 37
(1988) , p.768.
- 31) 腐食防食協会, 装置材料の寿命予測 (Ⅱ) 分科会WG : 極値統計法によ
る寿命予測パッケージ (EVAN), 丸善 (1989) .
- 32) 腐食防食協会, 装置材料の寿命予測研究会 : Windows95, Excel上で作動
するEVAN, 開発中.
- 33) 高橋倫也 : 腐食防食協会, 装置材料の寿命予測 (Ⅲ) 分科会資料,
(1995) .
- 34) 今川博之, 松野健三 : 第41回腐食防食シンポジウム資料, p.44,
(1982) .
- 35) 荒木了一, 三浦昭夫, 堺松成, 横山二郎, 横矢重治 : 圧力技術, 24
(1986) , p.124.
- 36) ref.7のp.70.
- 37) T. Shibata : ISIJ, 31 (1991) , p.115.
- 38) 小向茂, 笠原晃明 : 材料と環境, 43 (1994) , p.258.
- 39) F. Blekkenhorst, G. M. Ferrari, C. J. Van Der Weeken and F. P. Ijsseling, Brit.
Corros. J., 21 (1986) , p.163; 23 (1988) , p.165.
- 40) J. W. Provan and E. S. Rodriguez III : Corrosion, 45 (1989) , p.178.
- 41) 腐食防食協会, 装置材料の寿命予測 (Ⅱ) 分科会 : 防食技術, 37
(1988) , p.703.
- 42) M. Nakahara : Draft Proc. Int. Symp. Plant Aging and Life Prediction of
Corrodible Structures, AI16, (1995) .
- 43) I. Muto, E. Sato, S. Ito, and H. Kihira : Draft Proc. Int. Symp. Plant Aging and
Life Prediction of Corrodible Structures, AI14, (1995) .